

**Problemas de "Movimiento vibratorio. MAS"**  
**2º de bachillerato. Física**



1. Un muelle se deforma 10 cm cuando se cuelga de él una masa de 2 kg. Se separa otros 10 cm de la posición de equilibrio y se deja en libertad. a) ¿Cuál es la constante recuperadora del muelle? b) ¿Cuáles son la frecuencia angular y el periodo de oscilación del muelle en estas condiciones? c) Escribe la ecuación de la posición y representa la posición en función del tiempo.

Solución: 196 N/m; 9,9 rad/s, 0,63 s;  $y=0,1 \cdot \cos 9,9 \cdot t$ .

2. Un oscilador armónico vibra con una velocidad máxima de 10 m/s y una amplitud de 5 cm. Halla: a) La frecuencia angular del movimiento. b) Su velocidad cuando la elongación sea 4 cm.

Solución: 200 rad/s; 6 m/s.

3. Una partícula se desplaza con un movimiento armónico simple de periodo 4 s. En el instante inicial se encuentra en reposo a una distancia de 5 cm de su posición de equilibrio. Escribe las ecuaciones que corresponden a la posición y la velocidad.

Solución:  $x = 5 \cdot 10^{-2} \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{2}\right)m$   $v = 2,5 \cdot 10^{-2} \cdot \pi \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{2}\right)m$

4. Escribe la ecuación de la aceleración para un oscilador, cuya ecuación de posición es:

$x = 5 \cdot 10^{-2} \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{2}\right)m$ . Solución:  $a = -1,25 \cdot 10^{-2} \pi^2 \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{2}\right)m/s^2$ .

5. Un M.A.S posee una amplitud de 5 cm y un periodo de 4 s y  $\varphi=45^\circ$ . Calcular:

- Ecuación del M.A.S.
- Elongación para  $t=2s$ .
- Los valores máximos de la velocidad y aceleración.
- Velocidad y aceleración cuando la elongación es de 0,025 m.
- Tiempo necesario para obtener una velocidad de  $0,0125 \pi$  m/s.

Solución:  $x = 5 \cdot 10^{-2} \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{4}\right)m$ ; -0,035 m;  $0,025\pi$  m/s;  $0,0125\pi^2$ ; 0,068 m/s, -0,062 m/s<sup>2</sup>; 1/6 s

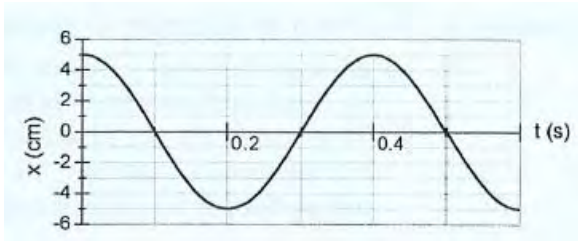
6. Un muelle elástico de 10 cm de longitud tiene uno de sus extremos fijo en una pared vertical y descansa en una superficie horizontal sin rozamiento. Se le aplica una fuerza de 20 N para mantenerlo estirado una longitud de 15 cm. En esa posición se suelta y oscila libremente. Calcular:

- La constante recuperadora del resorte.
- Ecuación del M.A.S.
- Energía cinética y energía potencial cuando  $x=2$  cm.
- Energía cinética y energía potencial al pasar por el centro de la oscilación.

Solución: 400N/m; 0,08 J, 0,42; 0 J, 0,5 J.

7. La gráfica muestra el desplazamiento horizontal  $x = x(t)$  respecto del equilibrio de una masa de 0,5 kg unida a un muelle.

- Obtenga la constante elástica del muelle.
- Determine las energías cinética y potencial del sistema en el instante  $t = 0,25$  s.



Solución: 123,37 N/m; 0,076 J, 0,078 J.

8. Un sistema masa-muelle está formado por un bloque de 0,75 kg de masa, que se apoya sobre una superficie horizontal sin rozamiento, unido a un muelle de constante recuperadora K. Si el bloque se separa 20 cm de la posición de equilibrio, y se le deja libre desde el reposo, éste empieza a oscilar de tal modo que se producen 10 oscilaciones en 60 s. Determine:

- La constante recuperadora K del muelle.
- La expresión matemática que representa el movimiento del bloque en función del tiempo.
- La velocidad y la posición del bloque a los 30 s de empezar a oscilar.
- Los valores máximos de la energía potencial y de la energía cinética alcanzados en este sistema oscilante.

Solución: 0,82 N/m;  $x = 0,2 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3}t\right)m$ ; 0 m/s, -0,219 m/s<sup>2</sup>; 0,0164 J

9. Una partícula realiza un movimiento armónico simple. Si la frecuencia de oscilación se reduce a la mitad manteniendo constante la amplitud de oscilación, explique qué ocurre con: a) el periodo; b) la velocidad máxima; e) la aceleración máxima y d) la energía mecánica de la partícula.

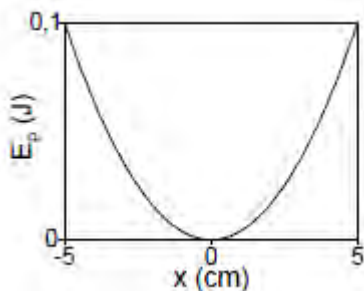
10. Un cuerpo de masa 250 g unido a un muelle realiza un movimiento armónico simple con una frecuencia de 5 Hz. Si la energía total de este sistema elástico es 10 J:

- ¿Cuál es la constante elástica del muelle?
- ¿Cuál es la amplitud del movimiento?

Solución: 246,74 N/m; 0,285 m.

11. En la figura adjunta se muestra la representación gráfica de la energía potencial de un oscilador armónico simple constituido por una masa puntual de valor 200 g unida a un muelle horizontal, en función de su elongación.

- Calcule la constante elástica del muelle.
- Calcule la aceleración máxima del oscilador.
- Determine numéricamente la energía cinética cuando la masa está en la posición  $x = +2,3$  cm.
- ¿Dónde se encuentra la masa puntual cuando el módulo de su velocidad es igual a la cuarta parte de su velocidad máxima?



Solución: 80 N/m; -20 m/s<sup>2</sup>; 0,079J; 0,048 m.

12. Se tiene una masa  $m = 1$  kg situada sobre un plano horizontal sin rozamiento unida a un muelle, de masa despreciable, fijo por su otro extremo a la pared. Para mantener estirado el muelle una longitud  $x = 3$  cm, respecto de su posición de equilibrio, se requiere una fuerza de  $F = 6$  N. Si se deja el sistema masa-muelle en libertad:

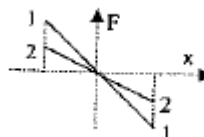
- ¿Cuál es el periodo de oscilación de la masa?

- b) Determine el trabajo realizado por el muelle desde la posición inicial,  $x = 3$  cm, hasta su posición de equilibrio,  $x = 0$ .
- c) ¿Cuál será el módulo de la velocidad de la masa cuando se encuentre a 1 cm de su posición de equilibrio?
- d) Si el muelle se hubiese estirado inicialmente 5 cm, ¿cuál sería su frecuencia de oscilación?

Solución: 0,44s; 0,09J; 0,4 m/s; igual.

**13.** Se tienen dos muelles de constantes elásticas  $k_1$  y  $k_2$  en cuyos extremos se disponen dos masas  $m_1$  y  $m_2$  respectivamente, y tal que  $m_1 < m_2$ . Al oscilar, las fuerzas que actúan sobre cada una de estas masas en función de la elongación aparecen representadas en la figura. a) ¿Cuál es el muelle de mayor constante elástica? b) ¿Cuál de estas masas tendrá mayor periodo de oscilación?

Solución:  $k_1 > k_2$ ;  $T_2 > T_1$ .



**14.** Una partícula que describe un movimiento armónico simple recorre una distancia de 16 cm en cada ciclo de su movimiento y su aceleración máxima es de  $48 \text{ m/s}^2$ . Calcule: a) la frecuencia y el periodo del movimiento; b) la velocidad máxima de la partícula.

Sol: 5,51 Hz, 0,18 s; 1,39 m/s.

**15.** Una masa puntual de valor 150 g unida a un muelle horizontal de constante elástica  $k = 65 \text{ N m}^{-1}$  constituye un oscilador armónico simple. Si la amplitud del movimiento es de 5 cm, determine:

- La expresión de la velocidad de oscilación de la masa en función de la elongación.
- La energía potencial elástica del sistema cuando la velocidad de oscilación es nula.
- La energía cinética del sistema cuando la velocidad de oscilación es máxima.
- La energía cinética y la energía potencial elástica del sistema cuando el módulo de la aceleración de la masa es igual a  $13 \text{ m/s}^2$ .

Sol:  $v = 20,82\sqrt{0,05^2 - x^2}$ ; 0,08125 J; 0,08125 J; 0,029 J, 0,052 J

**16.** Un astronauta ha instalado en la Luna un péndulo simple de 0,86 m de longitud y comprueba que oscila con un periodo de 4,6 s. ¿Cuánto vale la aceleración de la gravedad en la Luna?

Sol:  $1,6 \text{ m/s}^2$

Ejercicios de exámenes de Selectividad MAS

- 1.- (Modelo 2005) Una partícula de masa 100 g realiza un movimiento armónico simple de amplitud 3 m y cuya aceleración viene dada por la expresión  $a = -9\pi^2 x$  en unidades SI. Sabiendo que se ha empezado a contar el tiempo cuando la aceleración adquiere su valor absoluto máximo en los desplazamientos positivos, determine:
- El período y la constante recuperadora del sistema.
  - La expresión matemática del desplazamiento en función del tiempo  $x=x(t)$ .
  - Los valores absolutos de la velocidad y de la aceleración cuando el desplazamiento es la mitad del máximo.
  - Las energías cinética y potencial en el punto donde tiene velocidad máxima.
- 2.- (Junio 2004) Al colgar una masa en el extremo de un muelle en posición vertical, éste se desplaza 5 cm:
- ¿de qué magnitudes del sistema depende la relación entre dicho desplazamiento y la aceleración de la gravedad?
  - Calcule el período de oscilación del sistema muelle-masa anterior si se deja oscilar en posición horizontal (sin rozamiento).
- Dato: aceleración de la gravedad  $g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$ .*
- 3.- (Junio 2007) Un objeto de 2,5 kg está unido a un muelle horizontal y realiza un movimiento armónico simple sobre una superficie horizontal sin rozamiento con una amplitud de 5 cm y una frecuencia de 3,3 Hz. Determine:
- El período del movimiento y la constante elástica del muelle.
  - La velocidad máxima y la aceleración máxima del objeto.
- 4.- (Junio 2008) Un cuerpo de masa  $m$  está suspendido de un muelle de constante elástica  $k$ . Se tira verticalmente del cuerpo desplazando éste una distancia  $X$  respecto de su posición de equilibrio, y se le deja oscilar libremente. Si en las mismas condiciones del caso anterior el desplazamiento hubiese sido  $2X$ , deduzca la relación que existe, en ambos casos, entre:
- las velocidades máximas del cuerpo
  - las energías mecánicas del sistema oscilante.
- 5.- (Septiembre 2008) Una partícula realiza un movimiento armónico simple de 10 cm de amplitud y tarda 2 s en efectuar una oscilación completa. Si en el instante  $t=0$  su velocidad es nula y la elongación positiva, determine:
- La expresión matemática que representa la elongación en función del tiempo.
  - La velocidad y la aceleración de oscilación en el instante  $t=0,25\text{s}$ .
- 6.- (Junio 2009) Una partícula de 0,1 kg de masa se mueve en el eje  $X$  describiendo un movimiento armónico simple. La partícula tiene velocidad cero en los puntos de coordenadas  $x = -10 \text{ cm}$  y  $x = 10 \text{ cm}$  y en el instante  $t = 0$  se encuentra en el punto de  $x_0=10 \text{ cm}$ . Si el período de las oscilaciones es de 1,5 s, determine:
- La fuerza que actúa sobre la partícula en el instante inicial.
  - La energía mecánica de la partícula.
  - La velocidad máxima de la partícula.
  - La expresión matemática de la posición de la partícula en función del tiempo.

- 7.- Se engancha un muelle de  $30\text{ cm}$  de longitud y constante elástica  $5,0\text{ N}\cdot\text{cm}^{-1}$  a un cuerpo de masa  $2,0\text{ kg}$ , y el sistema se deja colgando del techo.
- ¿En qué porcentaje se alargará el muelle?
  - Se tira ligeramente del cuerpo hacia abajo y se suelta. ¿Cuál es el período de oscilación del sistema?
  - Se desengancha el muelle del techo y se conecta a la pared, poniendo el muelle horizontal y el cuerpo sobre una mesa. Si se hace oscilar de nuevo el cuerpo sobre la mesa, siendo el coeficiente de rozamiento entre ambos despreciable, ¿cuál será el nuevo período de oscilación?

$$g_0 = 9,81\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

- 8.- La aceleración del movimiento de una partícula viene expresada por la relación  $a = -k\cdot y$ , siendo  $y$  el desplazamiento respecto a la posición de equilibrio y  $k$  una constante. ¿De qué movimiento se trata? ¿Qué representa  $k$ ? ¿Cuál es la ecuación del citado movimiento?

Razona las respuestas.

vibratorio el cuadrado de la velocidad angular ; ;  $y = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + \varphi_0)$

- 9.- Una partícula realiza un movimiento armónico simple con una amplitud de  $8\text{ cm}$  y un período de  $4\text{ s}$ . Sabiendo que en el instante inicial la partícula se encuentra en la posición de elongación máxima:

- determina la posición de la partícula en función del tiempo
- halla cuáles son los valores de la velocidad y de la aceleración  $5\text{ s}$  después de que la partícula pase por un extremo de la trayectoria.

$$\text{a) } y = 8 \cdot 10^{-2} \cos 0,5 \cdot \pi \cdot t \text{ m b) } v = -4 \cdot 10^{-2} \cdot \pi \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \text{ a} = 0 \text{ ;}$$

- 10.- Un cuerpo puntual de masa  $2,0\text{ g}$  se mueve con movimiento armónico simple a lo largo de una recta horizontal. Para  $t = 0$  se encuentra  $7,1\text{ cm}$  a la derecha del punto de equilibrio moviéndose hacia la izquierda y sus energías cinética y potencial valen ambas  $10^{-5}\text{ J}$ . Escribe la ecuación de movimiento de la partícula.

- 11.- Indica si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones, razonando las respuestas:
- Si la aceleración de una partícula es proporcional a su desplazamiento respecto de un punto y de sentido opuesto, el movimiento de la partícula es armónico simple.
  - En un movimiento armónico simple la amplitud y la frecuencia aumentan si aumenta la energía.

- 12.- Un objeto de  $0,2\text{ kg}$ , unido al extremo de un resorte, efectúa oscilaciones armónicas de  $0,1 \cdot \pi\text{ s}$  de período y su energía cinética máxima es de  $0,5\text{ J}$ .

- Escribe la ecuación de movimiento del objeto y determina la constante elástica del resorte.
- Explica cómo cambiarían las características del movimiento si:
- se sustituye el resorte por otro de constante elástica doble.
- se sustituye el objeto por otro de masa doble.

- 13.- Una masa de  $2\text{ kg}$  está unida a un muelle horizontal cuya constante recuperadora es  $k = 10\text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$ . El muelle se comprime  $5\text{ cm}$  desde la posición de equilibrio ( $x = 0$ ) y se deja en libertad. Determina:

- a) la expresión de la posición de la masa en función del tiempo,  $x = x(t)$
- b) los módulos de la velocidad y de la aceleración de la masa en un punto situado a  $2\text{ cm}$  de la posición de equilibrio
- c) la fuerza recuperadora cuando la masa se encuentra en los extremos de la trayectoria
- d) la energía mecánica del sistema oscilante.

Datos: Considera que los desplazamientos respecto a la posición de equilibrio son positivos cuando el muelle está estirado.

14.- Un cuerpo de  $200\text{ g}$  unido a un resorte horizontal oscila, sin rozamiento, sobre una mesa, a lo largo del eje  $Ox$ , con una frecuencia angular  $\omega = 8,0\text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ . En el instante  $t = 0$ , el alargamiento del resorte es de  $4\text{ cm}$  respecto de la posición de equilibrio y el cuerpo lleva en ese instante una velocidad de  $-20\text{ cm}\cdot\text{s}^{-1}$ . Determina:

- a) la amplitud y la fase inicial del movimiento armónico simple realizado por el cuerpo
- b) la constante elástica del resorte y la energía mecánica del sistema.

$$\text{a) } A = 0,047\text{ m} \quad ; \varphi_0 = 58^\circ \quad \text{b) } ; k = 12,8\text{ N}\cdot\text{m}^{-1} \quad ; E_m = 1,4\cdot 10^{-2}\text{ J}$$

15.- Una masa  $m$  oscila en el extremo de un resorte vertical con una frecuencia de  $1\text{ Hz}$  y una amplitud de  $5\text{ cm}$ . Cuando se añade otra masa de  $300\text{ g}$ , la frecuencia de oscilación es de  $0,5\text{ Hz}$ . Determina:

- a) el valor de la masa  $m$  y de la constante recuperadora del resorte
- b) el valor de la amplitud de oscilación en el segundo caso, si la energía mecánica del sistema es la misma en ambos casos.

$$\text{a) } m = 0,1\text{ kg} \quad ; k = 3,95\text{ N}\cdot\text{m}^{-1} \quad \text{b) Si la energía es la misma, } ; \text{ la amplitud también}$$

16.- Un cuerpo vibra con un m.a.s. Cuando se encuentra en la mitad de la amplitud, ¿qué porcentaje de energía es cinética y qué porcentaje es energía potencial? ¿En qué punto las dos energías son iguales?

17.- Una masa de  $2\text{ kg}$  cuelga de un resorte cuya constante elástica es  $k = 200\text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$  y puede oscilar libremente sin rozamiento. Desplazamos la masa  $10\text{ cm}$  de su posición de equilibrio y la soltamos para que empiece a oscilar. Calcula:

- a) la ecuación del movimiento de la masa
- b) el periodo del movimiento
- c) la velocidad y la aceleración máximas
- d) la fuerza recuperadora cuando la masa se encuentra  $5\text{ cm}$  por encima de la posición de equilibrio y su aceleración.

18.- El cuerpo de la figura tiene masa  $M = 0,5\text{ kg}$ , está apoyado sobre una superficie horizontal sin rozamiento y sujeto al extremo de un resorte de constante recuperadora  $k = 20\text{ N/m}$ . Partiendo de la posición de equilibrio,  $x = 0$ , se desplaza el bloque  $5\text{ cm}$  hacia la derecha y se libera con velocidad inicial nula, de forma que empieza a oscilar armónicamente en torno a dicha posición.

- a) Calcula el periodo de la oscilación.
- b) Calcula las energías cinética y potencial de  $M$  en los extremos de su oscilación y cuando pasa por el centro de la misma.
- c) Durante la oscilación, ¿es constante la energía mecánica de  $M$ ? ¿Por qué?

- 19.- Una partícula de  $0,5 \text{ kg}$ , que describe un movimiento armónico simple de frecuencia  $5/\pi$  Hz, tiene inicialmente una energía cinética de  $0,2 \text{ J}$  y una energía potencial de  $0,8 \text{ J}$ .
- Calcula la posición y velocidad iniciales, así como la amplitud de la oscilación y la velocidad máxima.
  - Haz un análisis de las transformaciones de energía que tienen lugar en un ciclo completo. ¿Cuál sería el desplazamiento en el instante en que las energías cinética y potencial son iguales?

20.- Explica la diferencia entre ondas longitudinales y ondas transversales. Propón un ejemplo de cada una de ellas.

21.- Justifica la relación  $k/m = \omega^2$  para un movimiento armónico simple, siendo  $k$  la constante elástica recuperadora.

22.- Si se duplica la energía mecánica de un oscilador armónico, explica qué efecto tiene:

- en la amplitud y la frecuencia de las oscilaciones.
- en la velocidad y el período de oscilación.

23.- Un muelle cuya constante de elasticidad es  $k$  está unido a una masa puntual de valor  $m$ .

Separando la masa de la posición de equilibrio el sistema comienza a oscilar. Determina:

- el valor del periodo de las oscilaciones  $T$  y su frecuencia angular  $\omega$ .
- las expresiones de las energías cinética, potencial y total en función de la amplitud y de la elongación del movimiento del sistema oscilante.

$$\text{a) } T = \frac{2 \cdot \pi}{\omega} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}} \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} ; \text{b) } E_c = \frac{1}{2} \cdot k \cdot (A^2 - x^2) \quad E_p = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 \quad E_T = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2$$

24.- Una partícula de masa  $3 \text{ g}$  oscila con movimiento armónico simple de elongación en función del tiempo:  $x(t) = 0,5 \cdot \cos(0,4 \cdot t + 0,1)$ , en unidades SI. Determina:

- la amplitud, la frecuencia, la fase inicial y la posición de la partícula en  $t = 20 \text{ s}$ .
- las energías cinéticas máxima y mínima de la partícula que oscila, indicando en qué posiciones se alcanzan.

25.- Una partícula efectúa un movimiento armónico simple cuyo período es igual a  $1 \text{ s}$ .

Sabiendo que en el instante  $t = 0$  su elongación es  $0,70 \text{ cm}$  y su velocidad  $4,39 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$ , calcula:

- la amplitud y la fase inicial
- la máxima aceleración de la partícula.

$$\text{a) } A = 1 \text{ cm} \quad ; \varphi_0 = \pi/4 \quad \text{b) } a = 39,43 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-2}$$

26.- Una partícula que realiza un movimiento armónico simple recorre una distancia total de  $20 \text{ cm}$  en cada vibración completa y su máxima aceleración es de  $50 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-2}$ .

- ¿Cuáles son los valores de su amplitud, periodo y velocidad máxima?
- ¿En qué posiciones de la trayectoria se consiguen los valores máximos de la velocidad y de la aceleración?

27.- Contesta razonadamente las siguientes preguntas:

- Al colgar una masa en el extremo de un muelle en posición vertical, éste se desplaza  $5 \text{ cm}$ . ¿De qué magnitudes del sistema depende la relación ente dicho desplazamiento y la

aceleración de la gravedad?

- b) Calcula el periodo de oscilación del sistema muelle–masa anterior si se deja oscilar en posición horizontal (sin rozamiento).

Datos: aceleración de la gravedad  $g_0 = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$

28.– Un bloque de  $50 \text{ g}$ , conectado a un muelle de constante elástica  $35 \text{ N/m}$ , oscila en una superficie horizontal sin rozamiento con una amplitud de  $4 \text{ cm}$ . Cuando el bloque se encuentra a  $1 \text{ cm}$  de su posición de equilibrio, calcula:

- la fuerza ejercida sobre el bloque.
- la aceleración del bloque.
- la energía potencial elástica del sistema.
- la velocidad del bloque.