

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

La prueba **consta de dos partes**:

La **primera parte** consiste en un conjunto de cinco cuestiones de tipo teórico, conceptual o teórico-práctico, de las cuales el alumno debe responder solamente a **tres**.

La **segunda parte** consiste en dos repertorios **A** y **B**, cada uno de ellos constituido por dos problemas. El alumno debe optar por **uno** de los dos repertorios y resolver los **dos** problemas del mismo. (El alumno podrá hacer uso de calculadora científica no programable).

TIEMPO: Una hora treinta minutos.

CALIFICACIÓN: Cada cuestión debidamente justificada y razonada con la solución correcta se calificará con un máximo de **2 puntos**.

Cada problema debidamente planteado y desarrollado con la solución correcta se calificará con un máximo de **2 puntos**.

En aquellas cuestiones y problemas que consten de varios apartados, la calificación será la misma para todos ellos, salvo indicación expresa en los enunciados.

Primera parte

Cuestión 1.- Sabiendo que la aceleración de la gravedad en un movimiento de caída libre en la superficie de la Luna es un sexto de la aceleración de la gravedad en la superficie de la Tierra y que el radio de la Luna es aproximadamente $0,27 R_T$ (siendo R_T el radio terrestre), calcule: a) la relación entre las densidades medias $\rho_{Luna} / \rho_{Tierra}$; b) la relación entre las velocidades de escape de un objeto desde sus respectivas superficies $(v_e)_{Luna} / (v_e)_{Tierra}$.

Cuestión 2.- Un objeto de 2,5 kg está unido a un muelle horizontal y realiza un movimiento armónico simple sobre una superficie horizontal sin rozamiento con una amplitud de 5 cm y una frecuencia de 3,3 Hz. Determine:
a) El período del movimiento y la constante elástica del muelle.
b) La velocidad máxima y la aceleración máxima del objeto.

Cuestión 3.- Una superficie plana separa dos medios de índices de refracción distintos n_1 y n_2 . Un rayo de luz incide desde el medio de índice n_1 . Razone si son verdaderas o falsas las afirmaciones siguientes:
a) El ángulo de incidencia es mayor que el ángulo de reflexión.
b) Los ángulos de incidencia y de refracción son siempre iguales.
c) El rayo incidente, el reflejado y el refractado están en el mismo plano.
d) Si $n_1 > n_2$ se produce reflexión total para cualquier ángulo de incidencia.

Cuestión 4.- Un protón que se mueve con velocidad constante en el sentido positivo del eje X penetra en una región del espacio donde hay un campo eléctrico $\vec{E} = 4 \times 10^5 \vec{k}$ N/C y un campo magnético $\vec{B} = -2 \vec{j}$ T, siendo \vec{k} y \vec{j} los vectores unitarios en las direcciones de los ejes Z e Y respectivamente.
a) Determine la velocidad que debe llevar el protón para que atravesase dicha región sin ser desviado.
b) En las condiciones del apartado anterior, calcule la longitud de onda de De Broglie del protón.
Datos: Constante de Planck $h = 6,63 \times 10^{-34}$ J s; Masa del protón $m_p = 1,67 \times 10^{-27}$ kg

Cuestión 5.- Una muestra de un material radiactivo posee una actividad de 115 Bq inmediatamente después de ser extraída del reactor donde se formó. Su actividad 2 horas después resulta ser 85,2 Bq.
a) Calcule el período de semidesintegración de la muestra.
b) ¿Cuántos núcleos radiactivos existían inicialmente en la muestra?
Dato: $1 \text{ Bq} = 1 \text{ desintegración/segundo}$

Segunda parte

REPERTORIO A

Problema 1.- Un punto material oscila en torno al origen de coordenadas en la dirección del eje Y, según la expresión:

$$y = 2 \operatorname{sen} \left(\frac{\pi}{4} t + \frac{\pi}{2} \right) \quad (y \text{ en cm; } t \text{ en s}),$$

originando una onda armónica transversal que se propaga en el sentido positivo del eje X. Sabiendo que dos puntos materiales de dicho eje que oscilan con un desfase de π radianes están separados una distancia mínima de 20 cm, determine:

- La amplitud y la frecuencia de la onda armónica.
- La longitud de onda y la velocidad de propagación de la onda.
- La expresión matemática que representa la onda armónica.
- La expresión de la velocidad de oscilación en función del tiempo para el punto material del eje X de coordenada $x=80$ cm, y el valor de dicha velocidad en el instante $t=20$ s.

Problema 2.- Una lente convergente forma, de un objeto real, una imagen también real, invertida y aumentada 4 veces. Al desplazar el objeto 3 cm hacia la lente, la imagen que se obtiene es virtual, derecha y con el mismo aumento en valor absoluto. Determine:

- La distancia focal imagen y la potencia de la lente.
- Las distancias del objeto a la lente en los dos casos citados.
- Las respectivas distancias imagen.
- Las construcciones geométricas correspondientes.

REPERTORIO B

Problema 1.- Fobos es un satélite de Marte que gira en una órbita circular de 9380 km de radio, respecto al centro del planeta, con un periodo de revolución de 7,65 horas. Otro satélite de Marte, Deimos, gira en una órbita de 23460 km de radio. Determine:

- La masa de Marte.
- El período de revolución del satélite Deimos.
- La energía mecánica del satélite Deimos.
- El módulo del momento angular de Deimos respecto al centro de Marte.

$$\text{Datos: Constante de Gravitación Universal } G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$$

$$\text{Masa de Fobos} = 1,1 \times 10^{16} \text{ kg; } \text{Masa de Deimos} = 2,4 \times 10^{15} \text{ kg}$$

Problema 2.- Dos partículas con cargas de $+1 \mu\text{C}$ y de $-1 \mu\text{C}$ están situadas en los puntos del plano XY de coordenadas $(-1,0)$ y $(1,0)$ respectivamente. Sabiendo que las coordenadas están expresadas en metros, calcule:

- El campo eléctrico en el punto $(0,3)$.
- El potencial eléctrico en los puntos del eje Y.
- El campo eléctrico en el punto $(3,0)$.
- El potencial eléctrico en el punto $(3,0)$.

$$\text{Dato: Constante de la ley de Coulomb } K = 9 \times 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$$

FÍSICA

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

- * Las cuestiones deben contestarse razonadamente valorando en su resolución una adecuada estructuración y el rigor en su desarrollo.
- * Se valorará positivamente la inclusión de pasos detallados, así como la realización de diagramas, dibujos y esquemas.
- * En la corrección de los problemas se tendrá en cuenta el proceso seguido en la resolución de los mismos, valorándose positivamente la identificación de los principios y leyes físicas involucradas.
- * Se valorará la destreza en la obtención de resultados numéricos y el uso correcto de las unidades en el sistema internacional.
- * Cada cuestión debidamente justificada y razonada con la solución correcta se calificará con un máximo de 2 puntos.
- * Cada problema debidamente planteado y desarrollado con la solución correcta se calificará con un máximo de 2 puntos.
- * En aquellas cuestiones y problemas que consten de varios apartados, la calificación será la misma para todos ellos, salvo indicación expresa en los enunciados.

SOLUCIONES.- FÍSICA -

Cuestión 1.-

a)

$$g_T = \frac{G M_T}{(R_T)^2} \quad ; \quad g_L = \frac{G M_L}{(R_L)^2}$$

$$1/6 g_T = g_L \quad ; \quad 1/6 \frac{G M_T}{(R_T)^2} = \frac{G M_L}{(R_L)^2}$$

G se puede eliminar; la masa de la Tierra y la Luna son igual a su volumen por su densidad

$$1/6 \frac{4/3 \pi (R_T)^3 \rho_T}{(R_T)^2} = \frac{4/3 \pi (R_L)^3 \rho_L}{(R_L)^2}$$

simplificando: $1/6 R_T \rho_T = R_L \rho_L$

y como $R_L = 0,27 R_T$: $1/6 R_T \rho_T = 0,27 R_T \rho_L$

$$\frac{\rho_L}{\rho_T} = \frac{1}{6 \cdot 0,27} = 0,617$$

b)

$$v_e = \sqrt{\frac{2 G M}{R}} \quad ; \quad v_{eT} = \sqrt{\frac{2 G M_T}{R_T}} \quad v_{eL} = \sqrt{\frac{2 G M_L}{R_L}}$$

$$\frac{v_{eT}}{v_{eL}} = \frac{\sqrt{\frac{2 G M_T}{R_T}}}{\sqrt{\frac{2 G M_L}{0,27 R_T}}} = \sqrt{0,27 \frac{M_T}{M_L}} =$$

Sustituyendo la masa de la Tierra y de la Luna por sus expresiones en términos de volumen y densidad se obtiene

$$\frac{v_{eT}}{v_{eL}} = \sqrt{0,27 \frac{4/3 \pi (R_T)^3 \rho_T}{4/3 \pi (R_L)^3 \rho_L}} = \sqrt{0,27 \frac{(R_T)^3 \rho_T}{(R_L)^3 \rho_L}} = 4,71$$

teniendo en cuenta que $R_L \approx 0,27 R_T$ y que $\rho_L = 0,617 \rho_T$

$$\frac{v_{eL}}{v_{eT}} = \frac{1}{4,71} = 0,21$$

Cuestión 2.-

a)

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{3,3 \text{ s}^{-1}} = 0,303 \text{ s}$$

$$\text{frecuencia angular} = \omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 3,3 = 20,724 \text{ rad/s}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} \quad ; \quad K = \omega^2 m = (20,724 \text{ rad/s})^2 \cdot 2,5 \text{ kg} = 1073,75 \text{ N/m}$$

b)

$$v = -A \omega \text{ sen}(\omega t + \phi_0) \quad ; \quad a = -A \omega^2 \text{ cos}(\omega t + \phi_0)$$

$$v_{\text{max}} = A \omega = 5 \cdot 10^{-2} \text{ m} \cdot 20,724 \text{ rad/s} = 1,036 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$a_{\text{max}} = A \omega^2 = 5 \cdot 10^{-2} \text{ m} \cdot (20,724 \text{ rad/s})^2 = 21,474 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Cuestión 3.-

a) Falso.

Por la ley de la reflexión el ángulo de incidencia y el ángulo de reflexión son siempre iguales

b) Falso

Sólo son iguales cuando el rayo incidente forma un ángulo de θ^0 con la normal, para cualquier otro ángulo se cumple

$$n_1 \cdot \text{sen} \theta_1 = n_2 \cdot \text{sen} \theta_2$$

c) Verdadero

De acuerdo con la primera ley de la reflexión y de la refracción el rayo incidente, la recta normal a la superficie en el punto de incidencia, el rayo reflejado y el rayo refractado están situados en el mismo plano

d) Falso

Para que haya reflexión total es condición necesaria que $n_1 > n_2$, pero sólo habrá reflexión total cuando el ángulo de incidencia sea mayor que el ángulo límite θ_L ($\text{sen} \theta_L = n_2/n_1$)

Cuestión 4.-

a) Para que no se desvíe

$$\vec{F}_{\text{magnética}} = -\vec{F}_{\text{electrostática}} \quad ; \quad |\vec{F}_{\text{magnética}}| = |\vec{F}_{\text{electrostática}}|$$

$$q v B = E q \quad ; \quad v = \frac{E}{B} = \frac{4 \cdot 10^5 \text{ N/C}}{2 \text{ T}} = 2 \cdot 10^5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\vec{v} = 2 \times 10^5 \vec{i} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

b)

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m v} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}}{1,67 \cdot 10^{-27} \text{ Kg} \cdot 2 \cdot 10^5 \text{ m}} = 1,98 \cdot 10^{-12} \text{ m}$$

Cuestión 5.-

a)

$$\text{Actividad} \equiv A = - \frac{d N}{d t} = \lambda N$$

$$A = A_0 \cdot e^{-\lambda t} \quad ; \quad \frac{A}{A_0} = e^{-\lambda t} \quad ; \quad \ln \frac{A}{A_0} = - \lambda t$$

$$\text{const. radiactiva} \equiv \lambda = - \frac{\ln \frac{A}{A_0}}{t} = - \frac{\ln \frac{85,2}{115}}{7200 \text{ s}} = 4,166 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$$

$$\text{Periodo semides.} \equiv T = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{4,166 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}} = 16638 \text{ s}$$

b)

$$\text{Actividad} = A = \lambda N$$

$$\text{Número de núcleos iniciales} \equiv N = \frac{A}{\lambda} = \frac{115 \text{ núcleos}\cdot\text{s}^{-1}}{4,166 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}} = 2,76 \times 10^6 \text{ núcleos}$$

SEGUNDA PARTE

REPERTORIO A

Problema 1.-

a)

$$Y = A \operatorname{sen}(\omega t + \varphi_0) \quad ; \quad \text{en nuestro caso:} \quad Y = 2 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{4} t + \frac{\pi}{2}\right)$$

de donde se deduce:

$$\text{Amplitud} = A = 2 \text{ cm}$$

También de la expresión matemática se deduce que la frecuencia angular, $\omega = \pi/4$ radianes, y como:

$$\omega = 2\pi \cdot f \quad ; \quad f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{\pi/4 \text{ rad/s}}{2\pi \text{ rad}} = 0,125 \text{ Hz}$$

b)

Un desfase de π radianes corresponde a una separación de $\frac{1}{2}$ de longitud de onda

$$\frac{1}{2} \lambda = 20 \text{ cm} \quad ; \quad \lambda = 40 \text{ cm}$$

$$v = \lambda/T = \lambda \cdot f = 40 \text{ cm} \cdot 0,125 \text{ s}^{-1} = 5 \text{ cm/s}$$

c) Expresión matemática de la onda

$$Y = A \operatorname{sen} 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} + \frac{\varphi_0}{2\pi} \right) \quad ; \quad Y = 2 \operatorname{sen} 2\pi \left(\frac{t}{8} - \frac{x}{40} + 0,25 \right)$$

d) Expresión matemática de la vibración de un punto situado en $x = 80$

$$Y_{80} = 2 \operatorname{sen} 2\pi \left(\frac{t}{8} - \frac{80}{40} + 0,25 \right) = 2 \operatorname{sen} 2\pi \left(\frac{t}{8} - 1,75 \right)$$

$$\text{velocidad} = v = \frac{dY}{dt} \quad ; \quad v_{80} = \frac{4\pi}{8} \cos 2\pi \left(\frac{t}{8} - 1,75 \right)$$

para $t = 20 \text{ s}$

$$v_{80,20} = \frac{4\pi}{8} \cos 2\pi \left(\frac{20}{8} - 1,75 \right) = 0,5 \pi \cos 2\pi \left(\frac{20}{8} - 1,75 \right) = 0,5 \pi \cos 1,5\pi = 0$$

Problema 2.-

- a) f' distancia focal imagen; f distancia focal objeto; se cumple $f = -f'$
 En un lente convergente $f > 0$
 x distancia entre el foco objeto y el objeto. De acuerdo con el criterio de signos establecido, x es negativo si el objeto está a la izquierda del foco objeto F y positivo si está a la derecha

$$\text{Aumento lat} \equiv m = -\frac{f}{x} = \frac{f'}{x} \quad \left. \begin{array}{l} m_1 = \frac{f'}{x} \\ m_2 = \frac{f'}{x+3} \end{array} \right\} \begin{array}{l} m_1 = -4 \\ m_2 = 4 \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} -4 = \frac{f'}{x} \\ 4 = \frac{f'}{x+3} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{de la 1}^{\text{a}} \\ \text{de la 2}^{\text{a}} \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} x = -\frac{f'}{4} \\ 4 = \frac{f'}{-f'+12} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \\ ; f' + 12 = f' \end{array}$$

Distancia focal imagen = $f' = 6$ cm; distancia focal objeto = $f = -6$ cm

$$\text{Potencia} = P = \frac{1}{f'}; \quad P = \frac{1}{f'} = \frac{1}{0,06} = \frac{50}{3} \text{ dioptrias}$$

b)

$$m_1 = \frac{f'}{x}$$

Primer caso

$$-4 = \frac{6}{x}; \quad x = -1,5 \text{ cm}$$

Distancia del objeto a lente primer caso: $s = x + f = -1,5 - 6 = -7,5$ cm, indicando el signo menos que el objeto está delante de la lente

Segundo caso:

Distancia del objeto a lente $s = x + 3 + f = -1,5 + 3 - 6 = -4,5$ cm, con la misma interpretación del signo

c)

$$\text{Aumento lat} \equiv m = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$$

Primer caso; imagen real:

$$m_1 = -4$$

$s' = m_1 s = -4 s = -4 \times (-7,5) = +30$ cm, imagen situada detrás de la lente

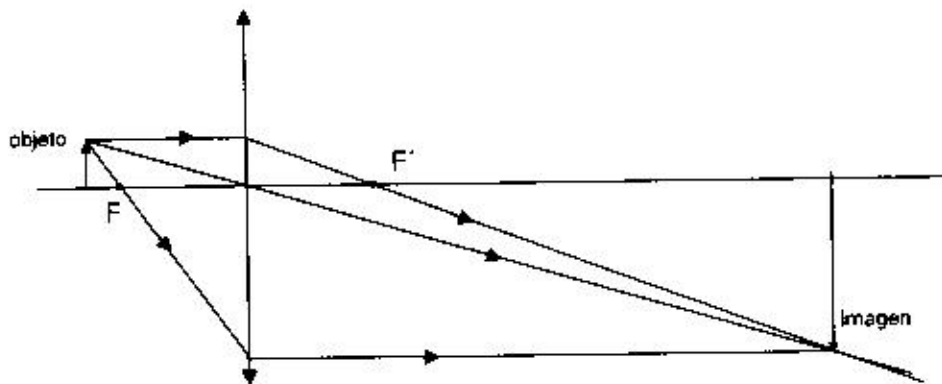
Segundo caso; imagen virtual:

$$m_2 = +4$$

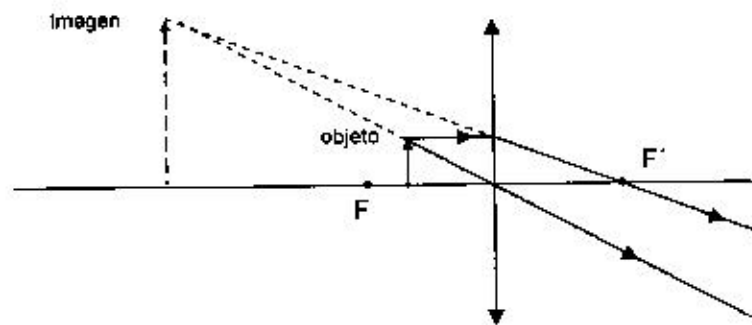
$s' = m_2 s = 4 s = 4 \times (-4,5) = -18$ cm, imagen situada delante de la lente

d)

Primer caso; imagen real



Segundo caso; imagen virtual



REPERTORIO B

Problema 1:

a) Usando la segunda ley de Newton para el satélite Fobos, obtenemos

$$\frac{v_{\text{Fobos}}^2}{R_{\text{Fobos}}} = G \frac{M_{\text{Marte}}}{R_{\text{Fobos}}^2} \Rightarrow M_{\text{Marte}} = \frac{R_{\text{Fobos}}}{G} \left(\frac{2\pi R_{\text{Fobos}}}{T_{\text{Fobos}}} \right)^2 \approx 6,44 \times 10^{23} \text{ kg}$$

b) Del mismo modo, para el satélite Deimos encontramos

$$\left(\frac{2\pi R_{\text{Deimos}}}{T_{\text{Deimos}}} \right)^2 = G \frac{M_{\text{Marte}}}{R_{\text{Deimos}}^2} \Rightarrow T_{\text{Deimos}} = \left(\frac{4\pi^2 R_{\text{Deimos}}^3}{GM_{\text{Marte}}} \right)^{1/2} \approx 30,25 \text{ horas}$$

c) Puesto que la velocidad de Deimos es

$$v_{\text{Deimos}} = \frac{2\pi R_{\text{Deimos}}}{T_{\text{Deimos}}} \approx 1353 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

entonces, su energía mecánica vendrá dada por

$$E_{\text{Deimos}} = \frac{1}{2} m_{\text{Deimos}} v_{\text{Deimos}}^2 - G \frac{M_{\text{Marte}} m_{\text{Deimos}}}{R_{\text{Deimos}}} \approx -2,19 \times 10^{21} \text{ J}$$

d) El momento angular de Deimos es

$$L = m_{\text{Deimos}} R_{\text{Deimos}} v_{\text{Deimos}} = 7,6 \times 10^{25} \frac{\text{kg m}^2}{\text{s}}$$

Problema 2:

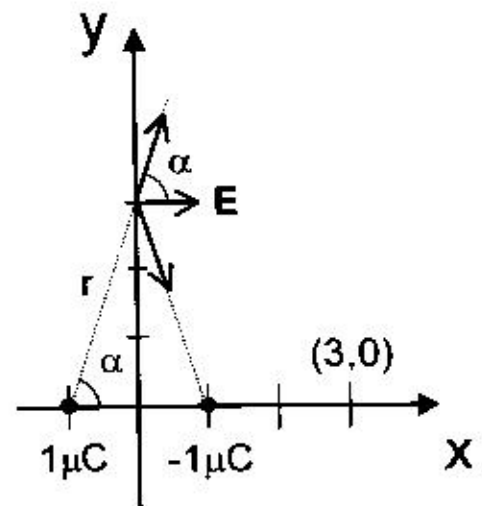
a) Como se ve en el dibujo, el campo eléctrico sólo tiene componente en el eje X y será positiva.

El módulo del campo eléctrico es $E = 2K \frac{q}{r^2} \cos(\alpha)$

donde $r = \sqrt{3^2 + 1} = 3.16 \text{ m}$. $\cos(\alpha) = \frac{1}{r}$ y $q = 10^{-6} \text{ C}$.

Operando: $E = 570,4 \text{ i} \text{ (en } V \text{ m}^{-1}\text{)}$.

b) $V = K \frac{q}{r_1} - K \frac{q}{r_2}$. En el eje Y las distancias r_1 y r_2 son iguales por lo que $V=0$.



Punto (3,0):

c) De nuevo en este caso el campo eléctrico sólo tiene componente en el eje X y será negativa al estar el punto (3,0) más cerca de la carga negativa ($r_1 = 2 \text{ m}$) que de la carga positiva ($r_2 = 4 \text{ m}$).

Operando: $E = -K \frac{q}{r_1^2} + K \frac{q}{r_2^2} = -1687,5 \text{ V m}^{-1}$.

d) $V = -k \frac{q}{r_1} + k \frac{q}{r_2}$ siendo r_1 y r_2 como en el apartado c). Por lo tanto:

$$V = 9 \times 10^9 \times 10^{-6} \times \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2} \right) = -2250 \text{ V}$$