



UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID  
PRUEBA DE ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS  
OFICIALES DE GRADO

Modelo

Curso 2013-2014

MATERIA: FÍSICA

**INSTRUCCIONES Y CRITERIOS GENERALES DE CALIFICACIÓN**

La prueba consta de dos opciones, A y B, cada una de las cuales incluye cinco preguntas.

El alumno deberá elegir la opción A o la opción B. Nunca se debe resolver preguntas de opciones distintas. Se podrá hacer uso de calculadora científica no programable.

**CALIFICACIÓN:** Cada pregunta debidamente justificada y razonada con la solución correcta se calificará con un máximo de 2 puntos. Cada apartado tendrá una calificación máxima de 1 punto.

**TIEMPO:** Una hora y treinta minutos.

**OPCIÓN A**

**Pregunta 1.-** La masa del Sol es 333183 veces mayor que la de la Tierra y la distancia que separa sus centros es de  $1,5 \times 10^8$  km. Determine si existe algún punto a lo largo de la línea que los une en el que se anule:

- El potencial gravitatorio. En caso afirmativo, calcule su distancia a la Tierra.
- El campo gravitatorio. En caso afirmativo, calcule su distancia a la Tierra.

**Pregunta 2.-** Un espectador que se encuentra a 20 m de un coro formado por 15 personas percibe el sonido con un nivel de intensidad sonora de 54 dB.

- Calcule el nivel de intensidad sonora con que percibiría a un solo miembro del coro cantando a la misma distancia.
- Si el espectador sólo percibe sonidos por encima de 10 dB, calcule la distancia a la que debe situarse del coro para no percibir a éste.  
Suponga que el coro emite ondas esféricas, como un foco puntual y todos los miembros del coro emiten con la misma intensidad.

*Dato: Umbral de audición,  $I_0 = 10^{-12}$  W m<sup>-2</sup>*

**Pregunta 3.-** El campo electrostático creado por una carga puntual  $q$ , situada en el origen de coordenadas, viene dado por la expresión:  $\vec{E} = \frac{q}{r^2} \vec{u}_r$  NC<sup>-1</sup>, donde  $r$  se expresa en m y  $\vec{u}_r$  es un

vector unitario dirigido en la dirección radial. Si el trabajo realizado para llevar una carga  $q'$  desde un punto A a otro B, que distan del origen 5 y 10 m, respectivamente, es de  $-9 \times 10^{-6}$  J, determine:

- El valor de la carga puntual  $q$  que está situada en el origen de coordenadas.
- El valor de la carga  $q'$  que se ha transportado desde A hasta B.

*Dato: Constante de la Ley de Coulomb,  $K = 9 \times 10^9$  N m<sup>2</sup> C<sup>-2</sup>*

**Pregunta 4.-** Utilizando una lente convergente delgada que posee una distancia focal de 15 cm, se quiere obtener una imagen de tamaño doble que el objeto. Calcule a qué distancia ha de colocarse el objeto respecto de la lente para que la imagen sea:

- Real e invertida.
- Virtual y derecha.

**Pregunta 5.-** Una roca contiene dos isótopos radioactivos, A y B, de periodos de semidesintegración 1600 años y 1000 años, respectivamente. Cuando la roca se formó el contenido de núcleos de A y B era el mismo.

- Si actualmente la roca contiene el doble de núcleos de A que de B, ¿qué edad tiene la roca?
- ¿Qué isótopo tendrá mayor actividad 2500 años después de su formación?

## OPCIÓN B

**Pregunta 1.-** Los satélites Meteosat son satélites geoestacionarios, situados sobre el ecuador terrestre y con un periodo orbital de 1 día.

- a) Suponiendo que la órbita que describen es circular y poseen una masa de 500 kg, determine el módulo del momento angular de los satélites respecto del centro de la Tierra y la altura a la que se encuentran estos satélites respecto de la superficie terrestre.
- b) Determine la energía mecánica de los satélites.

*Datos: Radio Terrestre =  $6,37 \times 10^6$  m ; Masa de la Tierra =  $5,97 \times 10^{24}$  kg;  
Constante de Gravitación Universal  $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$  N m<sup>2</sup> kg<sup>-2</sup>*

**Pregunta 2.-** Una onda transversal se propaga por un medio elástico con una velocidad  $v$ , una amplitud  $A_0$  y oscila con una frecuencia  $f_0$ . Conteste razonadamente a las siguientes cuestiones:

- a) Determine en qué proporción cambiarían la longitud de onda, la velocidad de propagación, el periodo y la amplitud, si se actúa sobre el foco emisor de ondas reduciendo a la mitad la frecuencia de oscilación.
- b) Sin alterar su frecuencia  $f_0$ , se modifica la amplitud de la onda haciendo que aumente al doble. ¿En qué proporción cambiarían la velocidad de la onda, la velocidad máxima de las partículas del medio y la longitud de onda?

**Pregunta 3.-** En una región del espacio hay un campo eléctrico  $\vec{E} = 4 \times 10^3 \vec{j}$  NC<sup>-1</sup> y otro magnético  $\vec{B} = -0,5 \vec{i}$  T. Si un protón penetra en esa región con una velocidad perpendicular al campo magnético:

- a) ¿Cuál debe ser la velocidad del protón para que al atravesar esa región no se desvíe?

Si se cancela el campo eléctrico y se mantiene el campo magnético:

- b) Con la velocidad calculada en el apartado a), ¿qué tipo de trayectoria describe?, ¿cuál es el radio de la trayectoria? Determine el trabajo realizado por la fuerza que soporta el protón y la energía cinética con la que el protón describe esa trayectoria.

*Datos: Masa del protón =  $1,67 \times 10^{-27}$  kg ; Valor absoluto de la carga del electrón,  $e = 1,60 \times 10^{-19}$  C*

**Pregunta 4.-** Un objeto está situado a una distancia de 10 cm del vértice de un espejo cóncavo. Se forma una imagen real, invertida y tres veces mayor que el objeto.

- a) Calcule el radio de curvatura y la posición de la imagen.
- b) Construya el diagrama de rayos.

**Pregunta 5.-**

- a) Determine la masa y la cantidad de movimiento de un protón cuando se mueve con una velocidad de  $2,70 \times 10^8$  m s<sup>-1</sup>.
- b) Calcule el aumento de energía necesario para que el protón del apartado anterior cambie su velocidad de  $v_1 = 2,70 \times 10^8$  m s<sup>-1</sup> a  $v_2 = 2,85 \times 10^8$  m s<sup>-1</sup>.

*Datos: Masa del protón en reposo =  $1,67 \times 10^{-27}$  kg; Velocidad de la luz en el vacío =  $3 \times 10^8$  m s<sup>-1</sup>*

# FÍSICA

## SOLUCIONES

### OPCIÓN A

#### Pregunta 1.-

a) El potencial gravitatorio queda determinado por la función:

$$V(r) = -G \frac{M}{r} \quad \text{si } V(r=\infty)=0$$

El potencial a una distancia  $r$  del Sol y a una distancia  $(1,5 \times 10^{11} - r)$  de la Tierra debe ser cero:

$$V(r) = 0 = -G \frac{M_s}{r} - G \frac{M_T}{d-r} = 0 \Rightarrow \frac{M_s}{r} = -\frac{M_T}{d-r} \Rightarrow r = \frac{M_s d}{M_s - M_T}$$

$$r = \frac{M_s d}{M_s - M_T} = \frac{333183 \times M_T \times 1,5 \times 10^{11}}{(333183 - 1)M_T} = \frac{333183 \times 1,5 \times 10^{11}}{(333183 - 1)} \text{ m} > 1,5 \times 10^{11} \text{ m}$$

No hay ningún punto en la línea Sol-Tierra en la que se cancele el potencial gravitatorio

b) La Ley de la Gravitación Universal establece que el campo gravitatorio queda determinado por la función:

$$\vec{E}(r) = -G \frac{M}{r^2} \vec{u}_r$$

El campo gravitatorio a una distancia  $r$  del Sol y  $(1,5 \times 10^{11} - r)$  de la Tierra debe ser cero:

$$\vec{E}(r) = 0 = -G \frac{M_s}{r^2} (-\vec{u}_r) - G \frac{M_T}{(d-r)^2} (\vec{u}_r) \Rightarrow \frac{M_s}{r^2} = \frac{M_T}{(d-r)^2} \Rightarrow \frac{333183 M_T}{r^2} = \frac{M_T}{(d-r)^2}$$

$$333183(1,5 \times 10^{11} - r)^2 - r^2 = 0$$

la única solución válida es :  $r_1 = 1,4974 \times 10^{11}$  m, distancia al centro del Sol

y a  $r_2 = 2,6000 \times 10^8$  m, distancia al centro de la Tierra

#### Pregunta 2.-

a) Suponemos que las ondas no son coherentes por lo que la intensidad recibida será la suma de las intensidades de cada miembro del coro:

$$I = 15I_1$$

Aplicando la definición de decibelio:

$$dB = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 54 = 10 \log \frac{15I_1}{10^{-12}} \Rightarrow I_1 = \frac{10^{5,4}}{15} 10^{-12} = 1,67 \times 10^{-8} \text{ Wm}^{-2}$$

El nivel de intensidad sonora percibido sería:

$$10 \log \frac{1,67 \times 10^{-8}}{10^{-12}} = 42,24 \text{ dB}$$

b) Cálculo de la intensidad a la que se debe emitir para escuchar 10 dB:

$$10 = 10 \log \frac{I_F}{10^{-12}} \Rightarrow I_F = 10^{-11} \text{ Wm}^{-2}$$

Cálculo de la distancia:

Dado que la potencia de emisión es constante, se verifica que:

$$I = \frac{P}{S} \Rightarrow I_1 S_1 = I_2 S_2 \Rightarrow 15 \times 1,67 \times 10^{-8} \times 20^2 = 10^{-11} \times r^2 \Rightarrow r = 3165,44 \text{ m}$$

### Pregunta 3.-

a) Aplicando la ley de Coulomb, el campo electrostático se determina por:

$$\vec{E} = K \frac{q}{r^2} \vec{u}_r = \frac{9}{r^2} \vec{u}_r \Rightarrow Kq = 9; q = 10^{-9} \text{ C.}$$

b) El trabajo realizado por el campo es:

$$W_{A-B} = q' \int_{r_A}^{r_B} \vec{E} d\vec{r} = q' \int_5^{10} \frac{9}{r^2} dr = q' \left[ -\frac{9}{r} \right]_5^{10} = 9q' \left[ -\frac{1}{10} + \frac{1}{5} \right] = \frac{9q'}{10} \text{ J.}$$

$$\text{Igualando al dato del problema se tiene: } \frac{9q'}{10} = -9 \times 10^{-6} \quad q' = -10^{-5} \text{ C.}$$

### Pregunta 4.-

Según la normativa DIN para lentes delgadas, si el foco imagen es positivo ( $f' > 0$ ) significa que la lente es convergente.

a) **Real e invertida.** Para que una lente convergente forme una imagen real e invertida se tiene que cumplir que la imagen formada tenga:

$y' < 0$  (invertida) y que  $s' > 0$  (se forma a la derecha de la lente)

Considerando las ecuaciones de las lentes delgadas:  $\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$  y el aumento lateral

$M_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$ , como la imagen ha de ser doble e invertida  $y' = -2y \Rightarrow \frac{y'}{y} = -2 = \frac{s'}{s}$ , de lo que se

deduce que  $s' = -2s$

Si utilizamos ahora la ecuación de las lentes, tendremos  $\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$  y sustituimos  $\frac{1}{-2s} - \frac{1}{s} = \frac{1}{15}$

obtendremos que  $s = -22,5 \text{ cm} \Rightarrow s' = 45 \text{ cm}$ . Es decir, el objeto tenemos que colocarlo a **22,5 cm** a la izquierda de la lente.

b) **Virtual y derecha.** Para que una lente convergente forme una imagen virtual y derecha se tiene que cumplir que:

$y' > 0$  (derecha) y que  $s' < 0$  (se forma a la izquierda de la lente). Por lo tanto:

$y' = 2y$  y como  $M_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} = 2 \Rightarrow s' = 2s$  Sustituimos en la ecuación de las lentes y nos queda

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{2s} - \frac{1}{s} = \frac{1}{15}; \text{ por lo tanto } s = -7,5 \text{ cm}$$

El objeto se ha de colocar a 7,5 cm a la izquierda de la lente.

### Pregunta 5.-

a) Determinación de la constante de desintegración  $\lambda$ :

$$\text{Isótopo A: } T_{1/2}^A = \frac{\ln 2}{\lambda_A} \Rightarrow \lambda_A = \frac{\ln 2}{1600} = 4,3 \times 10^{-4} \text{ año}^{-1}$$

$$\text{Isótopo B: } T_{1/2}^B = \frac{\ln 2}{\lambda_B} \Rightarrow \lambda_B = \frac{\ln 2}{1000} = 6,9 \times 10^{-4} \text{ año}^{-1}$$

Edad:

$$\left. \begin{array}{l} N_A = N_o e^{-\lambda_A t} \\ N_B = N_o e^{-\lambda_B t} \end{array} \right\} \begin{array}{l} 2N_B = N_o e^{-\lambda_A t} \\ N_B = N_o e^{-\lambda_B t} \end{array}$$

$$2 = e^{-\lambda_A t + \lambda_B t} \Rightarrow \ln 2 = t(\lambda_B - \lambda_A) \Rightarrow t = \frac{\ln 2}{(\lambda_B - \lambda_A)} = 2666 \text{ años}$$

b) Actividad radioactiva

$$\left. \begin{array}{l} A_A = \lambda_A N_A = \lambda_A N_o e^{-\lambda_A t} \\ A_B = \lambda_B N_B = \lambda_B N_o e^{-\lambda_B t} \end{array} \right\} \frac{A_A}{A_B} = \frac{\lambda_A}{\lambda_B} e^{(\lambda_B - \lambda_A)t} = 1,19$$

El isótopo A tendrá mayor actividad.

## OPCIÓN B

### Pregunta 1.-

a)

a.1 Determinación de la velocidad y el radio de giro:

Haciendo uso de la Ley de la Gravitación Universal y del carácter centrípeto que tiene la fuerza gravitatoria al estar describiendo una órbita circular, se obtiene:

$$G \frac{M_T m_{sat}}{r^2} = m_{sat} \frac{v^2}{r} = m_{sat} \omega^2 r \Rightarrow GM_T = \omega^2 r^3 \Rightarrow GM_T = \frac{4\pi^2}{T^2} r^3$$

$$r^3 = \frac{GM_T T^2}{4\pi^2} \Rightarrow r = 42,23 \times 10^6 \text{ m}$$

$$\vec{L} = \vec{r} \times m\vec{v} \Rightarrow L = m_{sat} \omega r^2 = m_{sat} \frac{2\pi}{T} r^2 = 64,84 \times 10^{12} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$$

a.2 Determinación de la altura:

$$h = r - R_T = 42,23 \times 10^6 - 6,37 \times 10^6 = 35,86 \times 10^6 \text{ m}$$

b) La energía mecánica es la suma de la energía potencial más la energía cinética:

$$E = E_p + E_c = -G \frac{M_T m_{sat}}{r} + \frac{m_{sat} v^2}{2} = -G \frac{M_T m_{sat}}{2r} = -23,57 \times 10^8 \text{ J}$$

### Pregunta 2.-

a)

-La velocidad de propagación no cambia, al depender únicamente de las propiedades del medio en donde se propaga la onda.

-La longitud de onda aumentará al doble, dada la relación que existe entre velocidad, frecuencia y longitud de onda:

$$v = \lambda_o f_o \Rightarrow \text{si } f = \frac{f_o}{2} \Rightarrow \lambda = \frac{v}{\frac{f_o}{2}} = 2\lambda_o$$

-El periodo aumentará al doble, dada la relación que existe entre el periodo y la frecuencia:

$$T_o = \frac{1}{f_o} \Rightarrow T = \frac{1}{\frac{f_o}{2}} = 2T_o$$

- La amplitud no depende de la frecuencia.

b)

- La velocidad de la onda no depende de la amplitud, depende de las propiedades del medio en el que se propaga.

- La velocidad de oscilación de las partículas sí depende de la amplitud y se verá aumentada al doble, dada la relación que existe entre ambas.

Supongamos que la onda transversal se expresa en la forma:

$$y(x,t) = A_o \text{sen}(\omega_o t - k_o x + \phi_o)$$

$$v_o(x,t) = A_o \omega_o \cos(\omega_o t - k_o x + \phi_o)$$

Si sólo la amplitud aumenta al doble

$$v(x,t) = 2A_o \omega_o \cos(\omega_o t - k_o x + \phi_o)$$

La velocidad máxima habrá aumentado al doble

-La longitud de onda no depende de la amplitud, dada la relación anteriormente explicada.

### Pregunta 3.-

a) Si el protón no se desvía su velocidad ha de mantenerse constante, la suma de las fuerzas aplicadas debe ser cero:

$$\vec{F}_e + \vec{F}_{mag} = 0 \Rightarrow \vec{F}_e = -\vec{F}_{mag}$$

$$q\vec{E} = -q(\vec{v} \times \vec{B}) \Rightarrow 4 \times 10^3 \vec{j} = - \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & v_y & v_z \\ -0,5 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$4 \times 10^3 \vec{j} = 0,5v_z \vec{j} - 0,5v_y \vec{k} \Rightarrow v_y = 0 ; v_z = 8 \times 10^3 \text{ms}^{-1}$$

La velocidad debe ser:

$$\vec{v} = 8 \times 10^3 \vec{k} \text{ ms}^{-1}$$

b)

b.1 Describe una trayectoria circular.

b.2 La fuerza magnética es una fuerza centrípeta, por lo que, aplicando la segunda Ley de Newton:

$$q(\vec{v} \times \vec{B}) = \frac{mv^2}{R} \vec{u}_r \Rightarrow qv_z B_x = \frac{mv_z^2}{R} \Rightarrow R = \frac{mv_z}{qB_x} = 1,67 \times 10^{-4} \text{ m}$$

b.3 El trabajo que realiza la fuerza magnética es nulo, dado el carácter centrípeto de la fuerza.

b.4 La energía cinética que lleva el protón a lo largo de la trayectoria circular es constante, no varía en el tiempo y su valor sería:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv_z^2 = \frac{1}{2}1,67 \times 10^{-27} \times 64 \times 10^6 = 53,44 \times 10^{-21} \text{ J}$$

#### Pregunta 4.-

a) Aplicando la normativa DIN a los datos del problema, la posición del objeto estará en:

$$s = -10 \text{ cm}$$

Y al ser invertida la imagen y tres veces mayor:

$$y' = -3y$$

El aumento lateral de un espejo:

$$M_L = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$

sustituyendo los datos se calcula la distancia a la que se forma la imagen:

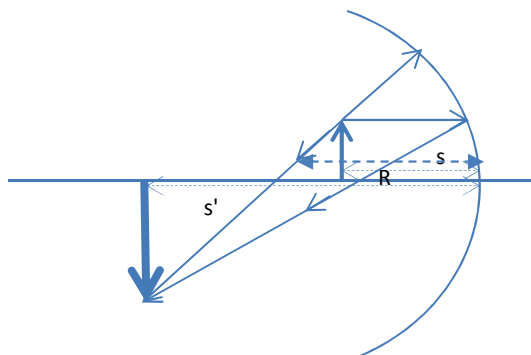
$$\left. \begin{aligned} M_L &= \frac{y'}{y} = \frac{-3y}{y} = -3 \\ M_L &= -\frac{s'}{s} \end{aligned} \right\} -3 = -\frac{s'}{s} \Rightarrow 3 = \frac{s'}{-10} \Rightarrow s' = -30 \text{ cm}$$

donde  $s' = -30 \text{ cm}$  (distancia al espejo a la que se forma la imagen).

Utilizando la ecuación general de los espejos en función del radio, se obtiene:

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} = \frac{2}{R} \Rightarrow \frac{1}{-30} + \frac{1}{-10} = \frac{2}{R} \Rightarrow R = -15 \text{ cm}$$

b) Diagrama de rayos:



**Pregunta 5.-**

a) A partir de los datos:  $m_0 = 1,67 \times 10^{-27}$  kg,  $v = 2,70 \times 10^8$  m s<sup>-1</sup>

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1,67 \times 10^{-27}}{\sqrt{1 - 0,9^2}} = 3,83 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$p = mv = 1,03 \times 10^{-18} \text{ kg m s}^{-1}$$

b) La variación de energía, siendo  $E_2$  y  $E_1$  las energías correspondientes a las velocidades mayor y menor,  $v_2$  y  $v_1$ , respectivamente, se calcula a partir de la expresión:

$$\Delta E = E_2 - E_1 = m_2 c^2 - m_1 c^2 = \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_2^2}{c^2}}} - \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_1^2}{c^2}}} \right) m_0 c^2$$

$$\Delta E = \left( \frac{1}{\sqrt{1 - 0,95^2}} - \frac{1}{\sqrt{1 - 0,9^2}} \right) \times 1,67 \times 10^{-27} \times (3 \times 10^8)^2 = 1,37 \times 10^{-10} \text{ J}$$